



جبر و معادله

فصل ۳



- الگوهای عددی
- عبارات جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارات و معادله‌های ریاضی را مدل‌سازی می‌گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت؛ بنابراین می‌توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$ نمایش داد. حروف C ، a ، b و n به چه معنی هستند؟

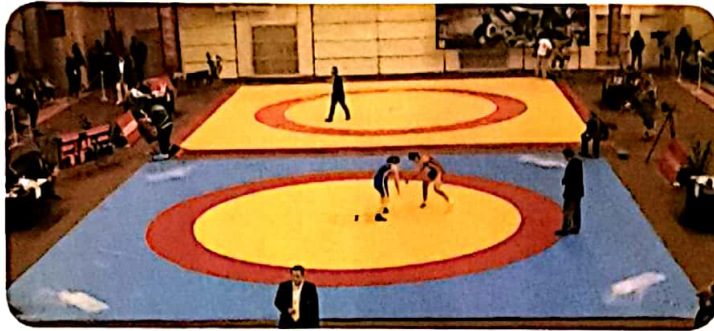
الگوهای عددی

فعالیت

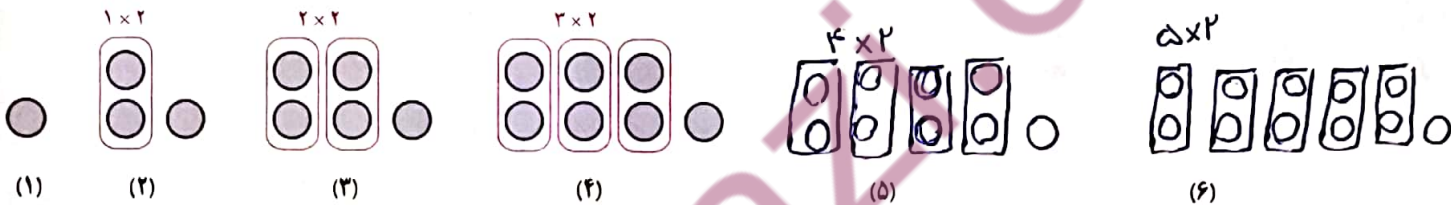
۱- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ $\frac{1}{3}$	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ $\frac{1}{3}$	۳۲	۲۰	۴a

نکته: محیط یک مربع به ضلع a برابر است با: $4a$



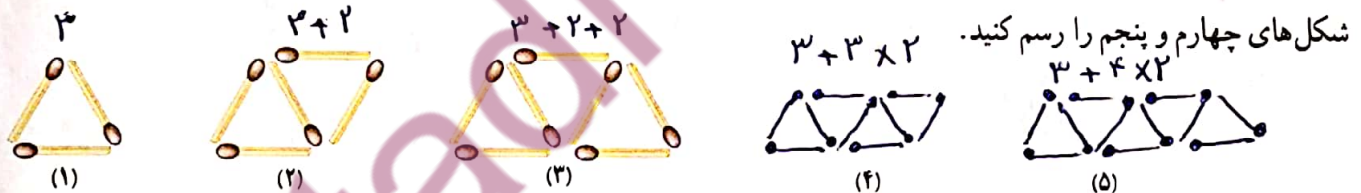
۲- اکنون با توجه به شکل های زیر و الگویی که مشاهده می کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد دایره	۱	۳	۵	۷	۹	۱۱	...	$2(n-1)+1$ یا $2n-1$

تعداد دایره = $2 \times (شماره شکل - 1) + 1$

۳- شکل های زیر با چوب کبریت درست شده اند و به همین ترتیب ادامه پیدا می کنند. با توجه به آنها جدول را کامل کنید. ابتدا



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می کنید، توضیح دهید چه رابطه ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت ها وجود دارد؟

شکل nام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت ها را بر حسب n بنویسید. $(شماره شکل - 1) \times 2 + 3 =$ تعداد چوب کبریت ها

حال با توجه به رابطه ای که به دست آوردید، تعداد چوب کبریت های شکل بیستم را پیدا کنید. $3 + 2 \times (10 - 1) = 3 + 18 = 21$

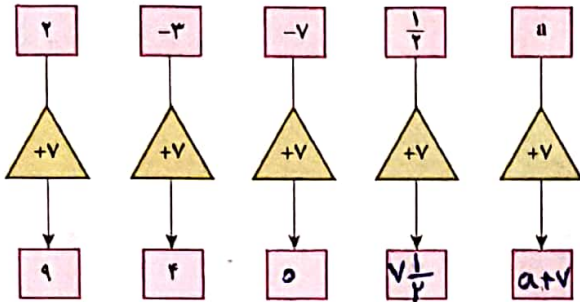
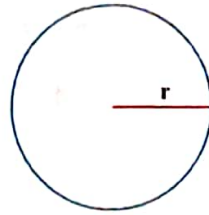
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به ضلع a، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می شود. در جبر،

متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص اند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

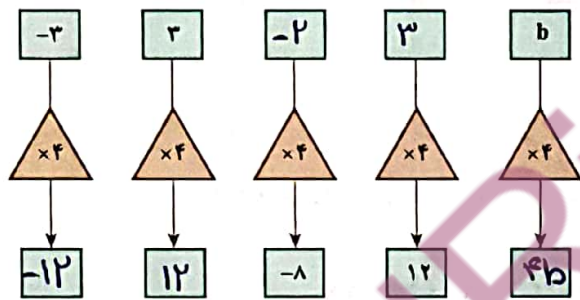
$$S = \frac{1}{4} \times 2 \times 2 = \pi r^2$$

$$P = 2 \times 2 \times \frac{3}{4} = 2\pi r$$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر بالا ورودی هستند این نمودار هر ورودی را بعبارته ۷ می‌کند. نمودارها را کامل کنید.



۳- این نمودارها چه کاری انجام می‌دهند؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر بالا را به ورودی هستند در عدد ۴ ضرب می‌کند. نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله nام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

آلگوی اعداد: شماره جمله $2 \times$

۵n و ۵۰ و ۴۰ و ۳۵ و ۳۰ و ۲۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

شماره جمله $5 \times$ آلتو

۳n و ۳۰ و ۲۴ و ۲۱ و ۱۸ و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

شماره جمله $3 \times$ آلتو

$2n-1$ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۱ و ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

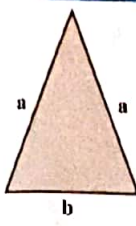
۱- (شماره جمله) $2 \times$ آلتو

به کمک حروف و نوشتن عبارات‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی آموخته‌اید و با عبارت کلامی بیان می‌کردید، می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی $a + b = b + a$ است. حالا معنای هر تساوی را بیان کنید.

$$a + 0 = a$$

$$a \times b = b \times a$$

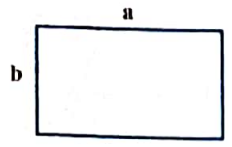
$$1 \times a = a$$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.
 الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ چون در مثلث متساوی الساقین، ساق‌ها برابر است.

ب) محیط مثلث را به دست آورید.
 $P = a + a + b = 2a + b$

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



عرض b
 طول مستطیل a
 $S = a \times b$

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ n کارت

چقدر می‌شود؟
 $300 + 10n =$ هزینه چاپ n کارت



واری گفته می‌شود که ۳۰۰ تومان قیمت پایه است، یعنی اگر کارت هم چاپ کنیم باید آن را بر همین و آنگاه کارت هم چاپ کنیم باز این هزینه باید پرداخت شود.

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان دهید. $7n$

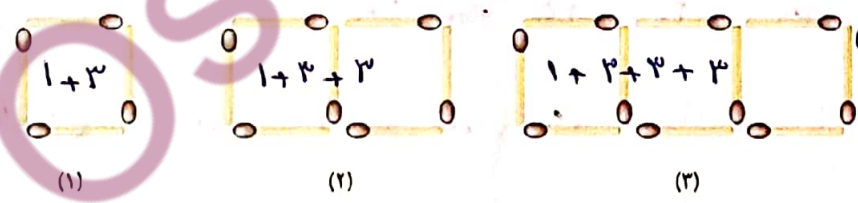
۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزانش a است، با یک عبارت جبری بنویسید.



(تعداد دانش‌آموزان)
 $200000 + 1000a =$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

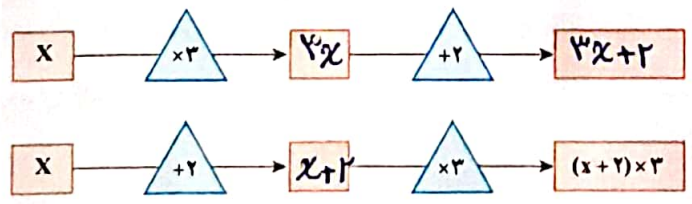
$4n, 16, 12, 8, 4$ جمله n ام
 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$



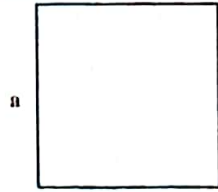
۶- شکل n ام چند کبریت خواهد داشت؟

تعداد کبریت‌ها
 $am = 1 + 3n$

۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود، چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



عبارت‌های جبری



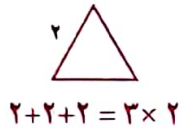
$$P = a + a + a + a$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

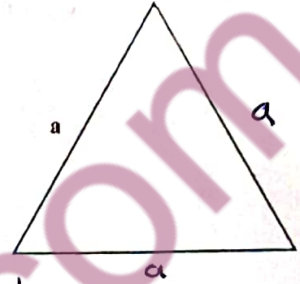
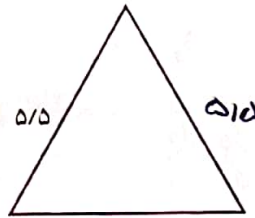
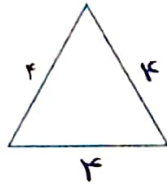
در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده است، درستی این تساوی را توضیح دهید.

$$a+a+a+a=4a$$

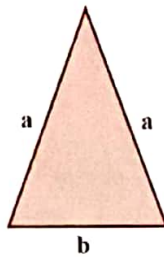
۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



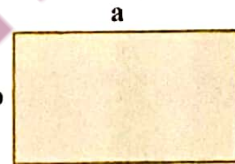
$$2+2+2=3 \times 2$$



۲- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.
 $a+a+a=3a$ = محیط مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a



$$P = a + a + b = 2a + b$$



$$P = a + a + b + b = 2a + 2b = 2(a+b)$$

آیا می‌توانیم a را با a جمع کنیم؟ چرا؟ بله چون هر دو یکی هستند

آیا می‌توانیم a را با b جمع کنیم و با یک جمله نشان دهیم؟ چرا؟ خیر، a با b متفاوت است.

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از

عبارت‌های جبری آورده شده است:

$$3x - 7$$

$$5z$$

$$m \times 5n$$

$$4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « \cdot » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می‌شود و از نماد « \times » پرهیز می‌شود؛

زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را به صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه ای می فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

اگر فردی از میوه فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد، مجموع هزینه این دو خرید چقدر می شود؟ با دلیل اینکه قیمت واحد سیب ها یکی است، ریاضی به عبارتی سیب ها از یک جنس هستند قابل جمع با هم می باشند خرید دوم خرید اول

هزینه = $3a + (2a+4b) = 5a+4b$

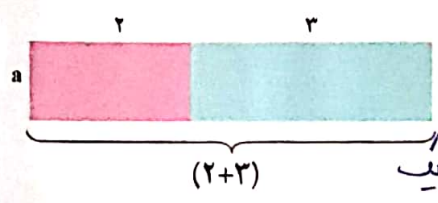
۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.



(۱) مساحت مستطیل $S_1 = 2a$ (۲) مساحت مستطیل $S_2 = 3a$

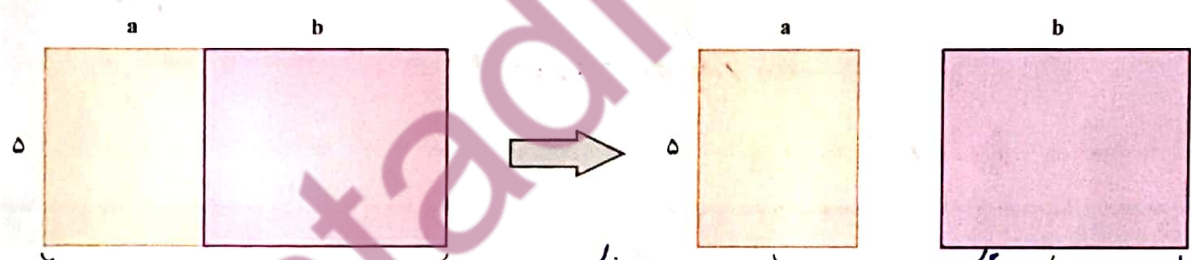
$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟



$S = (2+3)a$

ج) پاسخ های الف و ب را با هم مقایسه کنید. با توجه به اینکه عرض این دو مستطیل یکی می باشند، زمانی که آنها را از عرض کنار هم قرار می دهیم، تبدیل به یک مستطیل با عرض یکسان a و طول $(2+3)$ می شود. ۳- مانند سوال ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



مساحت کل = $5(a+b)$

مساحت شکل ۱ = $5a$

مساحت شکل ۲ = $5b$

$S_1 + S_2 = 5a + 5b = 5(a+b)$

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت ۲، a ، $3a$ ، $5b$ و $8b$ یک جمله است. دو جمله a ، $3a$ متشابه اند؛ اما $3a$ و $8b$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت های جبری، فقط جمله های متشابه را با هم در نظر می گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می کنیم. گفتنی است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس های گذشته خوانده اید، مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت باید رعایت شود. خاصیت جابه جایی اعمال جمع و ضرب، خاصیت شرکت پذیری ضرب و بی اثر بودن پرانتز در ضرب، $a(bc)$ ، $(ab)c$ از اهمیت زیادی برخوردار است.

حاصل عبارتهای جبری زیر را به سادهترین صورت ممکن بنویسید.

$$(2n+1) + (2n+1) = 2n+1 + 2n+1 = 4n+2$$

$$(4n-7) + (7n+4) = 4n + 7n - 7 + 4 = 11n - 3$$

$$3a - 8b + 6a + 6b = 3a + 4a - 8b + 4b = 7a - 2b$$

$$7a + 6a - 2a + 3b = 11a + 3b$$

$$4x - 6y + 1 - 3x + 2y + 7 = 4x - 3x - 6y + 2y + 1 + 7 = x - 4y + 8$$

$$2x - 4y + 7 - 3x + 2y + 1 = 2x - 3x - 4y + 2y + 7 + 1 = -x - 2y + 8$$

در زیر شیوه جمع کردن جملات مشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x + 5y - 4x + 8y = (6x - 4x) + (5y + 8y) = (6-4)x + (5+8)y = 2x + 13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$2(2x + 5y) = 2 \times 2x + 2 \times 5y = 4x + 10y$$

$$-(3x - 5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x + 5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل دوم آموختید، برای ساده کردن عبارتهای جبری استفاده می کنید.

۱- عبارتهای کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

(ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد $4x - 7$

(الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a + 8$

(ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ $\frac{a}{5} + 9$

(د) دو سوم محیط (P) $\frac{2}{3}P$



۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر ملی که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند. قیمت این چادر $5d + s$ است که در آن d قیمت یک متر چادر و s هزینه دوخت چادر است. اگر چادر را متری ۱۰۰۰۰ تومان خریده باشد و هزینه دوخت آن ۲۰۰۰۰ تومان باشد، پول چادر فاطمه چقدر می شود؟ $d + s = 5$ - پول چادر $5(10000) + 20000 = 70000$

۳- عبارتهای جبری زیر را به صورت کلامی توضیح دهید.

$7x$ هفت برابر عدد $a + 8$ هست و $a + 8$ هشت واحد بیشتر از عدد $4x - 7$ هفت تا کمتر از ۴ برابر عدد $4x - 7$

۴- محیط و مساحت شکل ها را به صورت جبری بنویسید.

$$P = 2(w + l)$$

$$S = w \times l$$

$$P = 2w$$

$$S =$$



$$P = 2a + b$$

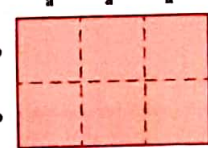
$$P =$$

$$S =$$



$$P =$$

$$S =$$



$$P = 4a + 4b$$

$$S = 4ab$$

۵- عبارتهای جبری را ساده کنید.

$$1) 3a - 8 + 7a + 6b = 3a + 7a + 4b - 8 = 10a + 4b - 8$$

$$2) 4(2x - 1) + 3x - 7 = 8x - 4 + 3x - 7 = 11x - 11$$

$$4) 2x - 7 - (4x + 8) = 2x - 7 - 4x - 8 = -2x - 15$$

$$5) 6 - 7e + 9h - 2h + 5e = -2e + 7h + 4$$

$$6) 4(y + x + 2) - 8(x - y + 1) = 4y + 4x + 8 - 8x + 8y - 8 = 12y - 4x$$

کدام عبارت جبری زیر را می توان به صورت سادهتری نوشت؟ چرا؟

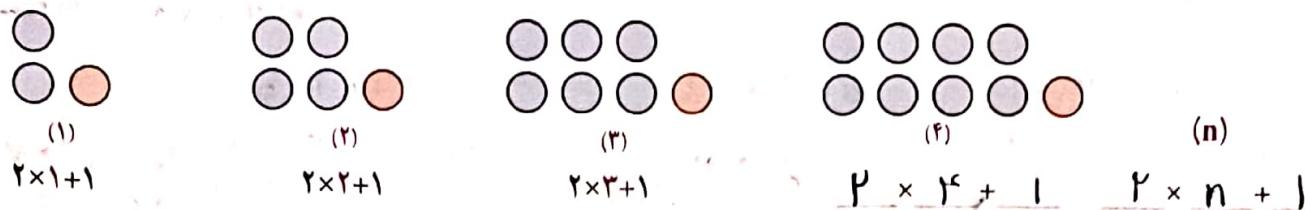
۱) $t + 5t = 4t$ ✓

۲) $-u - 3v + 4$ نمی توان

۳) $3z + 9y$ نمی توان

۴) $7m - 9n$ نمی توان

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل nام را بنویسید. $n=4 \rightarrow 2 \times 4 + 1 = 9$

ب) با کمک عبارتی که برای جمله nام نوشته‌اید، تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

$$n=10 \rightarrow 2 \times 10 + 1 = 20 + 1 = 21$$

۲- اگر جمله nام یک الگو $2n-5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید. $n=4 \rightarrow 2(4)-5 = 8-5 = 3$

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید. $n=10 \rightarrow 2(10)-7 = 20-7 = 13$

n	۱	۳	۵	۸	-۵	-۷	$\frac{۲}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	$2 \times 3 - 7 = -1$	$2 \times 5 - 7 = 3$	$2 \times 8 - 7 = 9$	$2 \times (-5) - 7 = -17$	$2 \times (-7) - 7 = -21$	$2 \times \frac{2}{2} - 7 = -5$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $P = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$P = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$\begin{array}{l} 2x - 5 \\ \downarrow \\ x = 3 \\ \downarrow \\ 2 \times 3 - 5 = \end{array}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5 \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$, $t=6$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$3(t+27 \div s)$$

حسین: $3(6+27 \div 3)$

$$= 3 \times (6+9)$$

$$= 3 \times 15 = 45$$

حسن: $3(6+27 \div 3)$

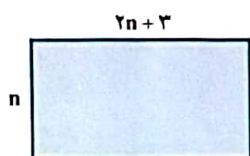
$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{a=2}{a=2} \rightarrow \frac{4 \times 2 - 1}{1 + 2 \times 2} = \frac{8-1}{1+4} = \frac{7}{5}$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.



الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

طول \times عرض = مساحت مستطیل

$$S = n \times (2n+3)$$

$$S = 4 \times (2 \times 4 + 3) =$$

$$4 \times (8+3) = 4 \times 11 = 44$$

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$3(2x^2 - 3xy - 8) \div 12 = 3 \times (12 - 24 - 8) \div 12 = 3 \times (-20) \div 12 = -60 \div 12 = -5$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) \xrightarrow{\substack{x=2 \\ y=3}} 3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) = 3 \times (4 - 9) - 5 \times (2 - 6) = 3 \times (-5) - 5 \times (-4) = -15 - (-20) = -15 + 20 = 5$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید؛ سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y) - 5(x-2y) = 3 \times 2x + 3 \times (-3y) - 5 \times x - 5 \times (-2y) = 6x + (-9y) - 5x - (-10y) = x + y \xrightarrow{\substack{x=2 \\ y=3}} 2 + 3 = 5$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟

جواب ها برابر هستند اما اگر عبارت را ساده کنیم و بعد مقدار عددی را به دست آوریم، کارمان

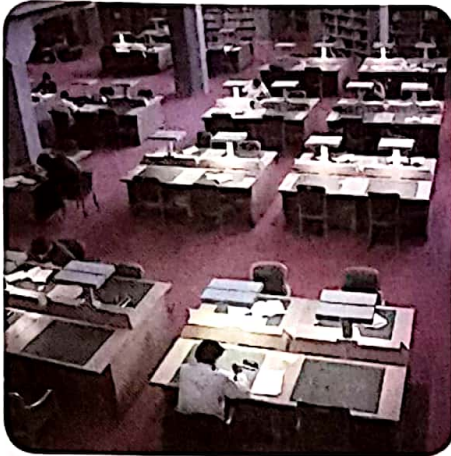
ساده تر می شود.

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k جلد کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s جلد کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریده است.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

$$k \times ۷۰۰۰ + s \times ۲۰۰۰ = ۷۰۰۰k + ۲۰۰۰s$$

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، او در مجموع چه مبلغی پرداخت کرده است؟

$$۳ \times ۷۰۰۰ + ۶ \times ۲۰۰۰ = ۲۱۰۰۰ + ۱۲۰۰۰ = ۳۳۰۰۰ \text{ تومان}$$


۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) را نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ ریزفیلیم (مصوب فرهنگستان microfilm) و از هر نسخه چاپی یک ریزفیلیم تهیه شده باشد، تعداد کل ریزفیلیم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل ریزفیلیم‌ها را پیدا کنید.

$$۲m + n \xrightarrow[n=۵۰۰۰]{m=۱۰۰۰} ۲ \times ۱۰۰۰ + ۵۰۰۰ = ۲۰۰۰ + ۵۰۰۰ = ۷۰۰۰$$

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$m + (n-1)(n-1)$ $m=۳$ و $n=-۴$ $-۶x + y(x-y)$ $x=۸$ و $y=۱$

a	۲	-۵	$\frac{۳}{۴}$
$a+۷$	$۲+۷=۹$	$-۵-۷=-۱۲$	$\frac{۳}{۴} + \frac{۷ \times ۴}{۱ \times ۴} = \frac{۳۱}{۴}$

b	۳	-۳	۰	$\frac{۱}{۲}$
$-۳b+۴$	-۳×۳			$+\frac{۴}{۲}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را برای بازدید از مناطق جنگی به شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$$۸ \times ۳۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰۰۰ \text{ a}$$

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

$$۳۰۰۰۰ \text{ a} \xrightarrow{a=۱۲۰} ۳۰۰۰۰ \times ۱۲۰ = ۳۶۰۰۰۰۰$$

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=۱۰ \\ y=۲۰ \end{cases} \begin{cases} ۲x-۳y+۷x-۲(۲x-y+۳)= \\ ۴x-۳y+۷x-۴x+۲y-۶= \\ +۷x-y-۶ \end{cases} \xrightarrow[x=۱۰]{y=۲۰} -۲۰+۷-۶=۲۴$$

$$\begin{cases} x=۱۷ \\ y=-۶ \end{cases} \begin{cases} ۲(x-۳y+۱)-(۲x-۶y-۳) \\ ۲x-۶y+۲-۲x+۶y+۳= \\ +۲y+۳=۵ \end{cases}$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟ $۳ = ۳ = ۱۲$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ P زیرا حرف P بیان کننده محیط است.

$$P = 4a$$

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ طول ضلع (طول هر ضلع برابر ۳ است)

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟ این مقدار از حل رابطه $4a = 12$ به دست آمده است.

۲- حالا می خواهیم بینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ چیست؟ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$6 \times 4 + 7 = 31 \neq 37$	$6 \times 5 + 7 = 37 = 37$	$6 \times 6 + 7 = 43 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵
پاسخ معادله چیست؟ عدد ۵ یا سخن معادله است.

به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، «معادله» می گویند.

برای مثال $6n + 7 = 37$ و $4n = 12$ معادله اند. جواب های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

x	۱	۲	۳	۴
$8x - 7 = 17$	$8 \times 1 - 7 = 1 \neq 17$	$8 \times 2 - 7 = 9 \neq 17$	$8 \times 3 - 7 = 17 = 17$	$8 \times 4 - 7 = 25 \neq 17$

x	۴	۵	۶	۷
$5(x + 2) = 40$	$5(4 + 2) = 30 \neq 40$	$5(5 + 2) = 35 \neq 40$	$5(6 + 2) = 40 = 40$	$5(7 + 2) = 45 \neq 40$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ چرا؟ خیر

آوردن با این روش می توان جواب معادله را به دست آورد. اما بسیار وقت گیر است و در حالت کلی راه حل مناسبی نیست.

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc}
 4 = 4 & 4 = 4 & 4 = 4 & 4 = 4 \\
 \downarrow +3 & \downarrow -7 & \downarrow +1/5 & \downarrow -\frac{2}{3} \\
 4+3 = 4+3 & 4+(-7) = 4+(-7) & 4+(+1/5) = 4+(+1/5) & 4+(-\frac{2}{3}) = 4+(-\frac{2}{3})
 \end{array}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
 اگر به دو طرف یک تساوی هر عددی را اضافه کنیم و یا از دو طرف یک تساوی هر عددی را کم کنیم باز هم تساوی برقرار است.
 ۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc}
 8 = 8 & 8 = 8 & 8 = 8 & 8 = 8 \\
 \downarrow \times 3 & \downarrow \times (-2) & \downarrow \times 1/5 & \downarrow \times \frac{3}{4} \\
 3 \times 8 = 3 \times 8 & 8 \times (-2) = 8 \times (-2) & 8 \times (1/5) = 8 \times (1/5) & 8 \times (\frac{3}{4}) = 8 \times (\frac{3}{4}) \\
 & & & 4 = 4
 \end{array}$$

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه بالا استفاده شده است تا معادله حل شود.
 ابتدا به دو طرف معادله او واحد اضافه می‌کنیم و در مرحله بعد، دو طرف تساوی را در عدد $\frac{1}{2}$ ضرب می‌کنیم. سپس مقدار x را بدست می‌آوریم.

$$\begin{array}{l}
 2x - 1 = 7 \\
 \downarrow +1 \\
 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \rightarrow 2x = 8 \\
 \downarrow \times \frac{1}{2} \\
 \frac{1}{2} \times 2x = 8 \times \frac{1}{2} \rightarrow x = 4
 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{array}{l}
 -8 = 2x + 4 \\
 -8 - 4 = 2x + 4 - 4 \\
 -12 = 2x \\
 \frac{-12}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow \boxed{x = -6} \\
 3x - 4 = x \\
 3x - x = 4 \\
 \boxed{x = 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 9 = 4x - 7 \\
 9 + 7 = 4x - 7 + 7 \\
 16 = 4x \\
 \frac{16}{4} = \frac{4x}{4} \Rightarrow \boxed{x = 4} \\
 x - 6 = 10 \\
 x - 6 + 6 = 10 + 6 \\
 \boxed{x = 16}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2x - 4 = x \\
 2x - 4 - x = x - 4 - x \\
 x - 4 = -4 \\
 x - 4 + 4 = -4 + 4 \\
 x = 0 \\
 3 + 4x = 11 \\
 -3 + 3 + 4x = 11 - 3 \\
 4x = 8 \\
 \frac{4x}{4} = \frac{8}{4} \\
 \boxed{x = 2}
 \end{array}$$

$$3) 3x - 2 = 10$$

$$3x - 2 + 2 = 10 + 2$$

$$3x = 12$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

$$4) 2x + 7 = 1$$

$$2x + 7 - 7 = 1 - 7$$

$$2x = -6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$$

$$x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -4$$

$$-7 + 7 + 2x = -4 - 7$$

$$2x = -11$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-11}{2}$$

$$x = -\frac{11}{2}$$

همان طور که در فصل اول کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین، کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت. او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع

$$4x + 4 = 100$$

$$4x + 4 - 4 = 100 - 4$$

$$4x = 96$$

$$x = 96 \div 4 = 24$$

(انتخاب مجهول) خواننده مسئله:

تبدیل عبارت کلامی مسئله به تساوی جبری (تشکیل معادله):

جواب a: $\frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{4} \rightarrow x=2$

(حل معادله): $\frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3(x-1) - 2(x-1)}{6} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{3x-3-2x+2}{6} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{x-1}{6} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{4(x-1)}{6} = \frac{6}{4} \rightarrow \frac{2(x-1)}{3} = \frac{3}{2} \rightarrow 2(x-1) = \frac{9}{2} \rightarrow x-1 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{13}{4}$

$$1) 2x - 3 = -9$$

$$2x + 3 - 3 = -9 + 3$$

$$2x = -6$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$$

$$x = -3$$

$$1) 2x - 3 = -9$$

$$2) 3x + 5 = 14$$

$$3x = 9$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

$$2) 3x + 5 = 14$$

$$3) 3x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1$$

$$7) 2x - 4 = x$$

$$8) 3x = 6x - 7$$

۱- معادله های زیر را حل کنید.

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه تعداد صفحه مطالعه نشده کتاب در هر ساعت x

$$4x + 10 = 100 \rightarrow 4x = 100 - 10 \rightarrow 4x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{4} = 22.5$$

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰۰ تومان پس گرفت. قیمت آن مداد چند تومان بوده است؟ قیمت هر مداد را x

$$8x + 1000 = 4000 \rightarrow 8x = 4000 - 1000 \rightarrow 8x = 3000 \rightarrow x = \frac{3000}{8} = 375$$


۴- از یک توب پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده

است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟ مقدار پارچه مصرف شده برای هر دست کت و شلوار = x

$$12x + 3.6 = 30 \rightarrow 12x = 30 - 3.6 \rightarrow 12x = 26.4$$

$$x = \frac{26.4}{12} = 2.2$$

$$5- \text{آیا } x = 2 \text{ جواب معادله } \frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } x = -3 \text{ جواب معادله } x^2 - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

$$(-3)^2 - 3(-3) = 9 + 9 = 18 \neq 0$$

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده

$$28(x+2) = 36 \rightarrow x + x + 4 = 36$$

$$2x + 4 = 36$$

$$2x = 36 - 4$$

$$2x = 32 \Rightarrow x = 16$$

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲ شود.

۹- دو عدد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰ گردد.

$$4) 3x = 1 + 1 = 2$$

$$3x = 11$$

$$7) 2x - 4 = x$$

$$2x - 4 + 4 = x + 4$$

$$2x - x = 4$$

$$x = 4$$

$$8) 3x = 4x - 7$$

$$3x - 4x = 4x - 4x - 7$$

$$-x = -7$$

$$x = 7$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

• الگوی عددی • عبارت جبری • متغیر • جملات مشابه • معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

• نوشتن جمله an ام یک الگو • پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

• تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری • تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله

• نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری • پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

• ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات مشابه • مفهوم معادله و جواب معادله

• ضرب عدد در پرانتز • روش حل معادله

• ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

مهم‌ترین کاربرد این درس، حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل‌های بعدی استفاده زیادی از جمله برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 3 - (2x - y - 7) = 3(2(-1) - (-2) + 1) - 4(-1) + (-2) - 3 - (2(-1) - (-2) - 7)$$

$$3x(1) + 4 - 2 - 3 - (-7) = 9$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x + 2) = 14 \rightarrow 2x - 3x + 2x + 4 = 14 \rightarrow x = 14 - 4 = 10$$

۳- شخصی با سوزاندن ۲۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از وزنش را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند

$$14000 \text{ cal} = 1000 \frac{\text{cal}}{\text{وزن}} \rightarrow 14 \text{ روز}$$

تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

$$2x - 1 = 7$$

۴- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.

مادر خانم یک تانوم دارم که هرکس سبک را نصف کند من توانم به عنوان جانزه یک زلف سبک بخورد. رابطه‌ای بنویسید که هر عدد بعد از سبک که با ما برسد