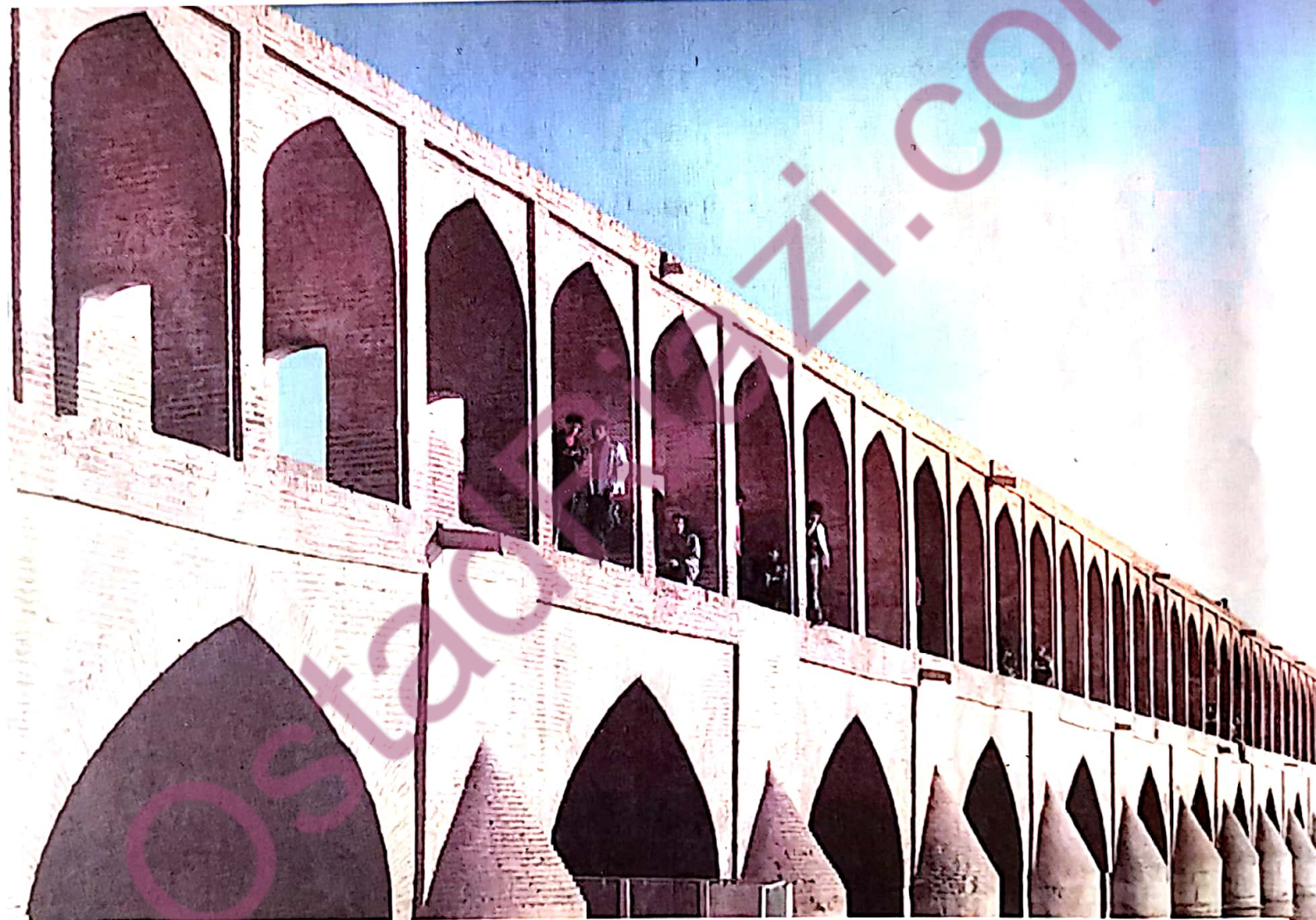




فصل ۳ هندسه و استدلال



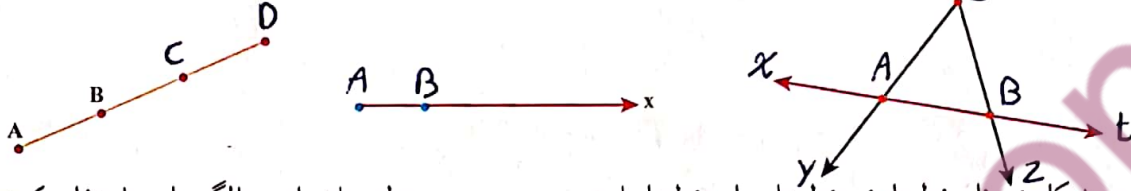
- روابط بین پاره خط‌ها
 - روابط بین زاویه‌ها
 - تبدیلات هندسی
 - شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)
- به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیایی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

روابط بین پاره خطها

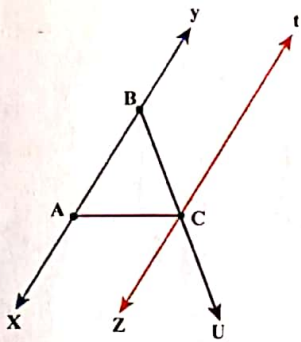
فعالیت

در ریاضیات برای نام گذاری شکلها از حروف انگلیسی استفاده می کنیم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنیم و برای نام گذاری امتداد خط که در شکل با بیگانه نشان می دهیم از حروف کوچک استفاده می کنیم. طول یک پاره خط را با قراردادن یک پاره خط کوچک در بالای نام آن نمایش می دهیم. برای مثال \overline{AB} یعنی طول پاره خط AB

۱- مانند نمونه ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



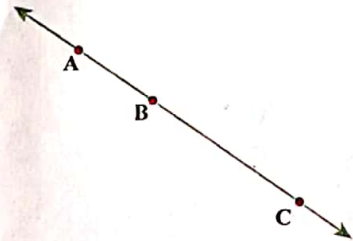
۲- در شکل زیر نام خطها، نیم خطها و پاره خطها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط $xy-zt$

نیم خط $cu - bu - by - bx - ay - ax - ct - cz$

پاره خط $bc - ab = ac$



۳- در شکل مقابل نقاط A, B, C روی یک خط قرار دارند.

رابطه های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

$$\overline{AC} - \overline{AB} = \overline{BC}$$

$$\overline{CB} + \overline{BA} = \overline{CA}$$

۴- در شکل زیر نقاط A, B, C روی یک خط قرار ندارند.

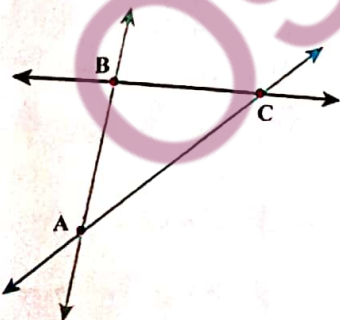
نقاط A, B, C یک مثلث تشکیل داده اند. این مثلث ABC نام دارد و آنرا به صورت $\triangle ABC$ یا $\triangle ABC$ نمایش می دهیم.

رابطه های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$$

$$\overline{BC} + \overline{AC} > \overline{AB}$$



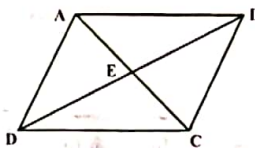
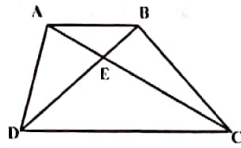
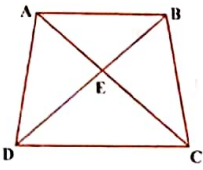
یک مثلث دلخواه دیگر رسم کنید و آنرا ABC بنامید.

آیا همین رابطه ها در آن مثلث هم برقرار است؟

$$\overline{AB} + \overline{AD} > \overline{BD} \quad \overline{DB}$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} > \overline{BD}$$

$$\overline{AD} + \overline{DC} > \overline{AC}$$



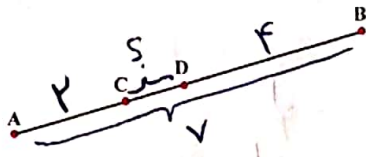
۱- مانند نمونه رابطه‌های دیگری را بنویسید که در همه شکل‌ها برقرار باشد.

$$\overline{AB} + \overline{AD} > \overline{BD}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

۲- می‌دانیم $\overline{AB} = 7\text{cm}$ ، $\overline{AC} = 2\text{cm}$ و $\overline{DB} = 4\text{cm}$ (مخفف سانتی متر است).

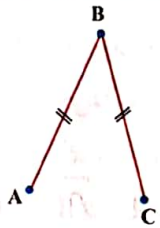
یک رابطه جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها، طول پاره خط CD را به دست آورید.



$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{DB}$$

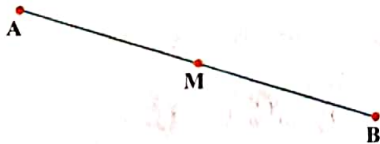
$$7 = 2 + \overline{CD} + 4$$

$$7 = 6 + \overline{CD} \rightarrow \overline{CD} = 7 - 6 = 1 \rightarrow \overline{CD} = 1\text{cm}$$



۱- پاره خط‌های مساوی را به صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

علامت‌ها نشان می‌دهند که: $\overline{AB} = \overline{AC}$



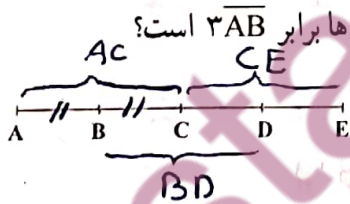
در شکل مقابل M وسط پاره خط AB است.

اندازه کدام دو پاره خط با هم مساوی اند؟ $\overline{AM} = \overline{MB}$

تساوی این دو پاره خط را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید. تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AB} = 2 \overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$



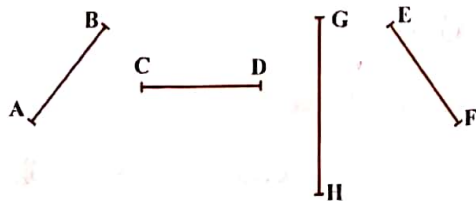
۲- در شکل زیر پاره خط‌های AB، BC، CD و DE با هم مساوی‌اند. طول کدام پاره خط‌ها برابر $2\overline{AB}$ است؟

طول کدام پاره خط‌ها برابر $2\overline{AB}$ است؟

چند پاره خط در شکل روبه‌رو دیده می‌شود؟ \overline{BD} ، \overline{AC} و \overline{CE}

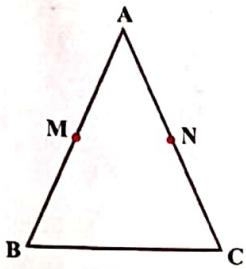
۳- با توجه به پاره خط‌هایی که در شکل زیر می‌بینید، اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$ و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل کنید.

(این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم):



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

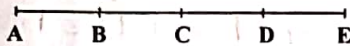
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$



۴- مثلث ABC متساوی الساقین است؛ یعنی: $\overline{AB} = \overline{AC}$
 نقطه M وسط AB و نقطه N وسط AC است.
 چرا $\overline{AN} = \overline{AM}$ ؟

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

۱- اگر پاره خط‌های AB، BC، CD و DE با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$$\overline{AC} = \frac{2}{3}\overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \frac{4}{3}\overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{3}\overline{BC}$$

۲- در شکل مقابل نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$



کدام پاره خط هم اندازه AC است؟ \overline{BD} چرا؟ با توجه به اینکه داریم

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

۱- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ بی‌شمار

ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ بی‌شمار

ج) از دو نقطه چه خط از (انواع مختلف) می‌گذرد؟ بی‌شمار خط مستقیم و بی‌شمار خط منحنی

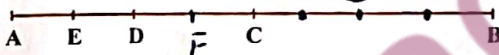
د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ یک خط

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

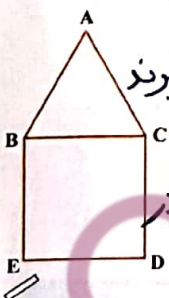


۳- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذارید، چند نیم خط به وجود می‌آید که سر آن‌ها روی این نقاط باشد؟ چرا؟ ۲۰ زیرا هر نقطه دو نیم خط ایجاد می‌کند

۴- نقطه C وسط پاره خط AB، نقطه D وسط پاره خط AC و نقطه E وسط پاره خط AD است.



چند برابر \overline{AE} است؟



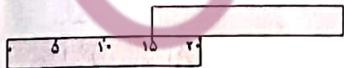
۵- در شکل روبه‌رو یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیده می‌شود. در مربع همه اضلاع با هم برابرند

$$\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EB}$$

چرا $\overline{BE} = \overline{AC}$ ؟ پس $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EB}$

در مثلث متساوی‌الاضلاع نیز همه اضلاع با هم برابرند پس $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ و چون در این شکل مشترک دارند (BC) پس تمام اضلاع مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع با هم برابرند پس $\overline{BE} = \overline{AC}$

۶- دو خط کش ۲۰ سانتی‌متری را مانند شکل روبه‌رو، روی یک صفحه کاغذ قرار داده‌ایم.



$$20 + 15 = 35 \text{ cm}$$

طول این صفحه چند سانتی‌متر است؟

طول صفحه ۳۵cm است

۷- اندازه قد علی را با a، اندازه قد حسن را با b و اندازه قد حسین را با c نشان می‌دهیم.

$$\left. \begin{matrix} a > b \\ b = c \end{matrix} \right\} \Rightarrow$$

a → قد علی

b → قد حسن

c → قد حسین

رابطه زیر را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

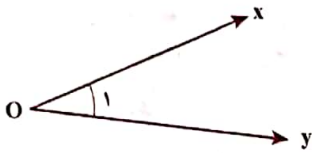
قد حسن > قد علی

قد حسین = قد حسن

$$\Rightarrow \left. \begin{matrix} \text{قد حسن} > \text{قد علی} \\ \text{قد حسین} = \text{قد حسن} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a > c$$

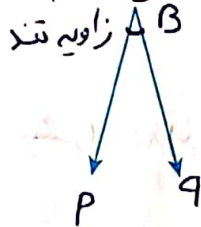
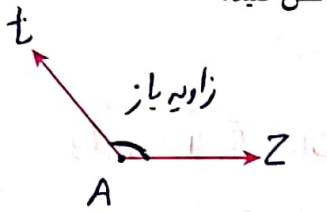
روابط بین زاویه‌ها

زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می‌شود. چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟ نقاشی با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که باز است با حروف کوچک مناسب داده می‌شود.



$$x\hat{O}y = y\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

۱- با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید، زاویه‌ها را نام گذاری کنید و نوع هر کدام را مشخص کنید.



۲- تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید.

$$x\hat{O}y + y\hat{O}z = x\hat{O}z$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_3$$

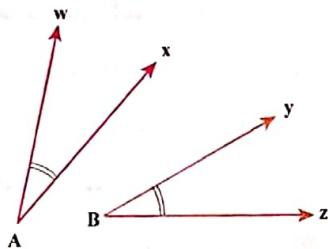
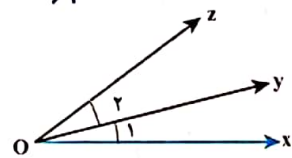
$$x\hat{O}z - x\hat{O}y = z\hat{O}y$$

$$x\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = z\hat{O}y$$

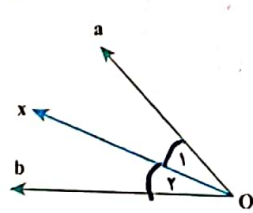
۳- دو زاویه مساوی را به صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم:

$$w\hat{A}x = y\hat{B}z$$

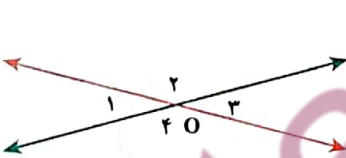
علامت‌ها نشان می‌دهند که:



۴- در شکل مقابل Ox نیمساز زاویه aOb است. زاویه \hat{O}_1 با کدام زاویه مساوی است؟ \hat{O}_2 ؟



۵- در شکل مقابل دو خط یکدیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند.



$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

می‌دانیم $\hat{O}_1 = 70^\circ$ است. اندازه زاویه‌های دیگر را با نوشتن یک تساوی پیدا کنید.

$$\hat{O}_2 = 180^\circ - 70^\circ = \hat{O}_4 = 110^\circ \quad \hat{O}_3 = 180^\circ - \hat{O}_2 = \hat{O}_1 = 70^\circ$$

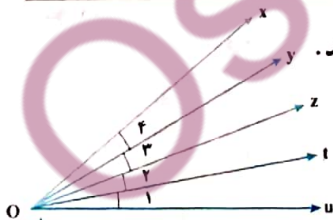
۱- زاویه‌های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3, \hat{O}_4$ همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$x\hat{O}u = 4 \hat{O}_1$$

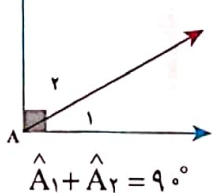
$$x\hat{O}t = 1 t\hat{O}x$$

$$y\hat{O}t = 2 \hat{O}_2$$

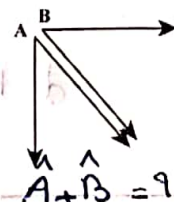
$$\hat{O}_2 = \frac{1}{2} z\hat{O}u$$



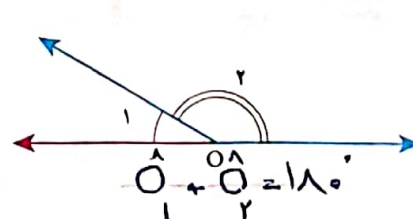
۲- برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



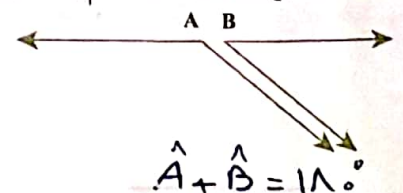
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$



$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$



$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$$



$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

- ۱- می دانیم در هر مثلث، مجموع زاویه ها برابر 180° است. مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به سه دسته تقسیم می کنیم:
 - مثلث هایی که هر سه زاویه آنها تند است.
 - مثلث هایی که یک زاویه راست دارند.
 - مثلث هایی که یک زاویه باز دارند.

چرا مثلث نمی تواند دو زاویه راست داشته باشد؟ با دلیل اینکه **المثلث ذو زاویه راست دائماً با یک زاویه داخلی آن مثلث بیشتر از 180° می شود.**

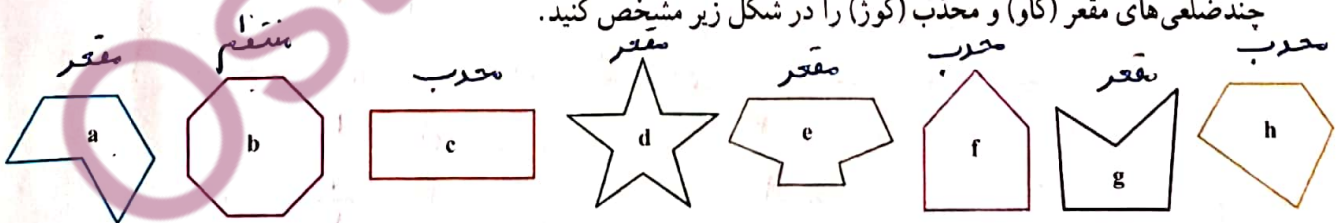
	مساوی الاضلاع	مساوی الساقین	با ضلع های نامساوی
همه زاویه ها تند			
یک زاویه راست			
یک زاویه باز			

- ۲- می خواهیم در هر قسمت جدول مقابل یک مثلث رسم کنیم. در کدام قسمت ها نمی توانیم مثلثی رسم کنیم؟ در قسمت هایی که می توانیم مثلث رسم کنیم، یک مثلث بکشید.

۳- هر یک از شکل های زیر یک چندضلعی اند.

چندضلعی هایی که هیچ زاویه بزرگ تر از 180° ندارند، محدب نامیده می شوند. به چند ضلعی ای که دست کم یک زاویه بزرگ تر از 180° داشته باشد، چندضلعی مقعر می گویند.

چندضلعی های مقعر (کاو) و محدب (کوز) را در شکل زیر مشخص کنید.



۴- به چندضلعی هایی که همه ضلع ها و زاویه هایشان با هم مساوی است، چند ضلعی منتظم گفته می شود. کدام شکل در فعالیت

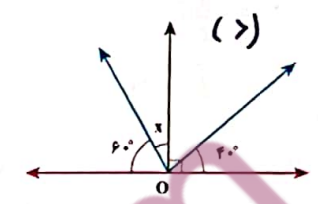
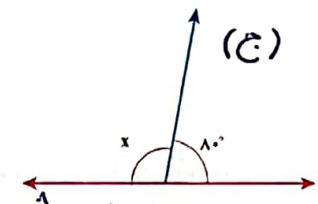
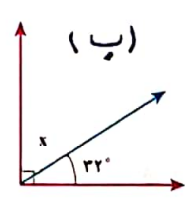
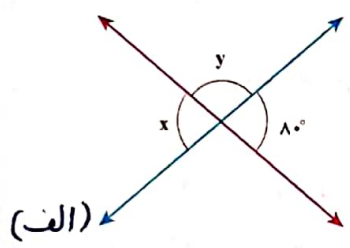
قبل چندضلعی منتظم بود؟ $d - b$

سؤال الف $\hat{y} + 18^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{y} = 180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$ $\hat{x} = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

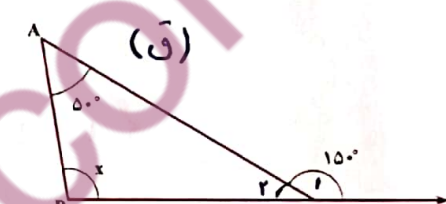
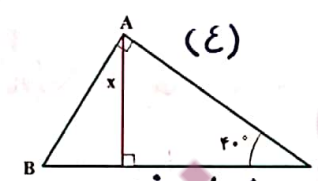
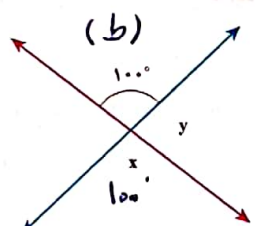
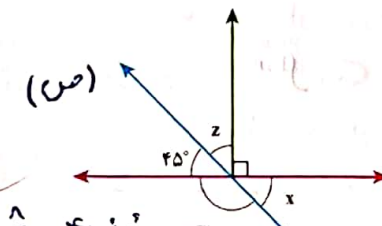
سؤال ب $\hat{x} + \hat{y} = 180^\circ \rightarrow \hat{x} = 18^\circ$ $\hat{x} = 90^\circ - 4^\circ = 86^\circ$

۱- یک مثال برای هر یک از زمان‌هایی بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.
ساعت ۳، ۵، ۱۱، ۶

۲- اندازه زاویه‌های x و y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



$\hat{x} + 18^\circ = 180^\circ \rightarrow \hat{x} = 180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$



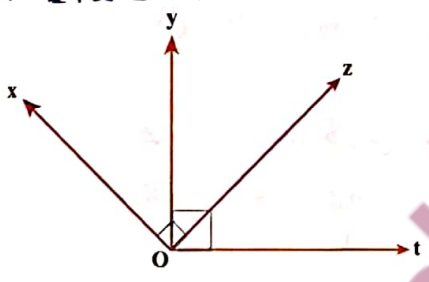
چون متقابل برآمده $\hat{x} = 45^\circ$
 $180^\circ - \hat{x} = \hat{y} \Rightarrow 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$
 $\hat{z} - 90^\circ = 45^\circ$

$\hat{y} = 180^\circ - \hat{x} \Rightarrow 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ = \hat{y}$

$40^\circ + 90^\circ + \hat{A} = 180^\circ$
 $\hat{A} = 50^\circ$
 $\hat{x} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

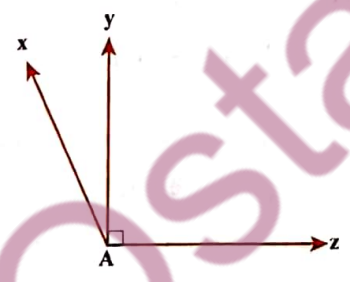
$\hat{C} = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$
 $30^\circ + 50^\circ + \hat{x} = 180^\circ \Rightarrow \hat{x} = 100^\circ$

۳- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های \hat{xOz} ، \hat{tOy} ، 90° هستند.



چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که: $\hat{xOy} = \hat{tOz}$ ؟
 $\hat{xOy} + \hat{yOz} = 90^\circ$
 $\hat{yOz} + \hat{zOt} = 90^\circ \Rightarrow \hat{xOy} = \hat{zOt}$

۴- در شکل مقابل اندازه زاویه \hat{xAz} برابر 120° درجه است.



$\hat{xAz} = 120^\circ$
 $\hat{yAz} = 90^\circ$

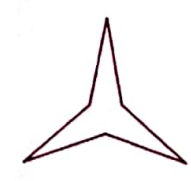
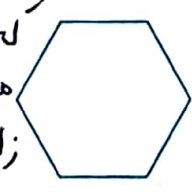
$\hat{xAy} = \hat{xAz} - \hat{yAz} = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\frac{\hat{xAy}}{\hat{xAz}} = \frac{30^\circ}{120^\circ} = \frac{1}{4}$

زاویه \hat{xAy} چه کسری از \hat{xAz} است؟

۵- شکل‌های زیر چه شباهت‌هایی با هم دارند؟ چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟

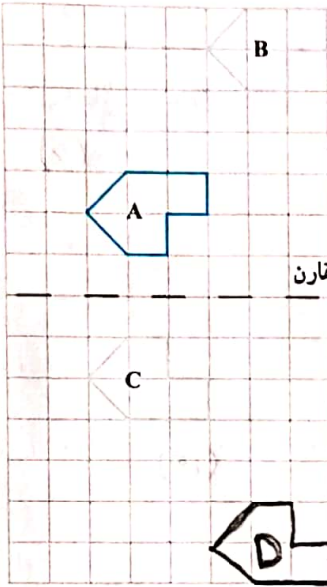
چندضلعی منتظم محدب: چندضلعی که ضلع‌های آن با هم مساوی و زاویه‌های آن‌ها با هم مساوی است که زاویه‌های آن کمتر از 180° باشد



چندضلعی مقعر: حداقل یک زاویه بی‌ستراز 180° دارد.

۱- یک کاغذ شفاف روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی کاغذتان بکشید. کاغذ شفاف را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن روی شکل B قرار بگیرد.

بدین ترتیب تصویر شکل A را روی صفحه انتقال داده‌اید.



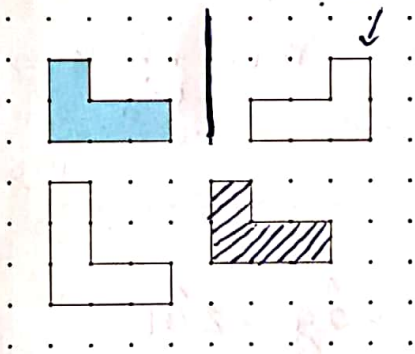
خط تقارن

۲- دوباره کاغذ پوستی خود را طوری روی صفحه قرار دهید که تصویری که کشیده‌اید، روی شکل A قرار بگیرد.

کاغذتان را از روی خط تقارن تا کنید. بدین ترتیب تصویر شکل A روی کدام شکل قرار می‌گیرد؟ شکل C

این شکل قرینه شکل A نسبت به خط تقارن است. قرینه شکل B را هم نسبت به خط تقارن رسم کنید و آن را D بنامید.

قرینه شکل آبی



۱- به اندازه و جهت شکل‌های سفید نگاه کنید.

کدام یک از شکل‌ها، انتقال یافته شکل آبی است؟ این شکل را هاشور بزنید.

۲- کدام شکل قرینه شکل آبی است؟

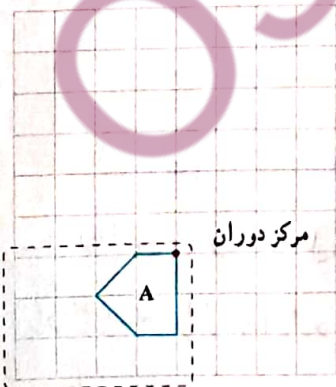
خط تقارن متناسب با این تقارن را رسم کنید.

وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می‌دهیم، تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت شکل اولیه است.

وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می‌کنیم، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است؛ اما جهت آن تغییر می‌کند.

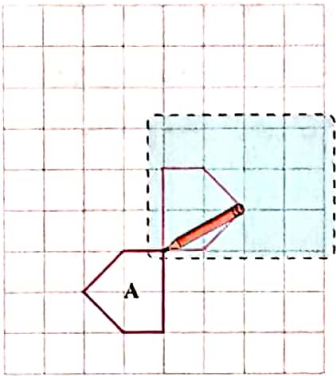
۱- یک کاغذ پوستی روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با استفاده از یک مداد کاغذ پوستی خود را در

مرکز دوران شکل، روی صفحه کتاب ثابت کنید و آرام کاغذ را روی کتاب بچرخانید و به حرکت تصویر در صفحه نگاه کنید.

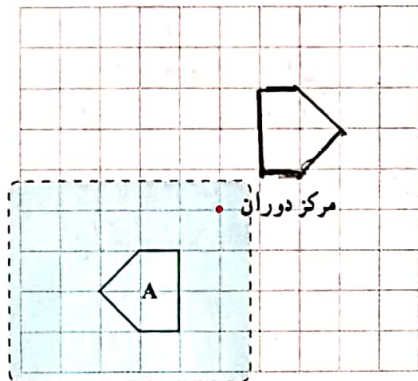


مرکز دوران

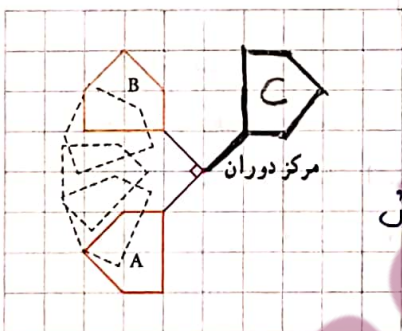
۲- اگر کاغذ پوستی را 180° درجه بچرخانید، تصویر شکل A مانند شکل روبه‌رو در صفحه قرار می‌گیرد. این تصویر حاصل دوران 180° درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران است.



۳- باز هم کاغذ پوستی را روی شکل قرار دهید و با استفاده از آن تصویر حاصل از دوران 180° درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران جدید را بسازید.



۴- با کمک کاغذ پوستی شکل A را حول مرکز دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت چرخانده‌ایم. تصویر شکل A روی شکل B قرار گرفته است. شکل B را حول مرکز دوران 90° درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. شکل حاصل از این دوران را رسم کنید و آن را C بنامید.

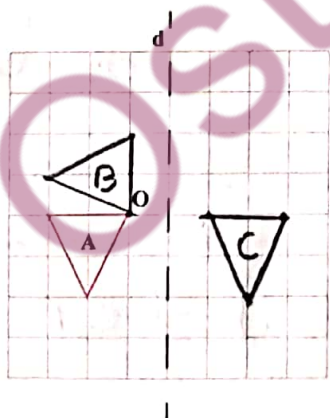


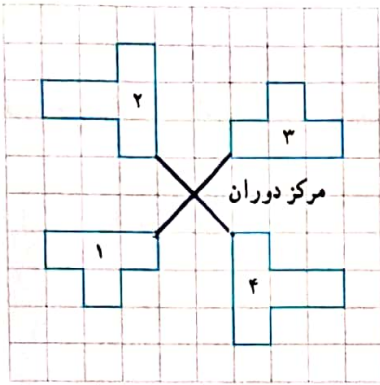
چرا در دوران 90° درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم؛ اما در دوران 180° درجه این کار لازم نیست؟ چون در دوران 180° ما به اندازه یک نیم صفحه چرخش داریم.

۱- الف) شکل A را 90° حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.

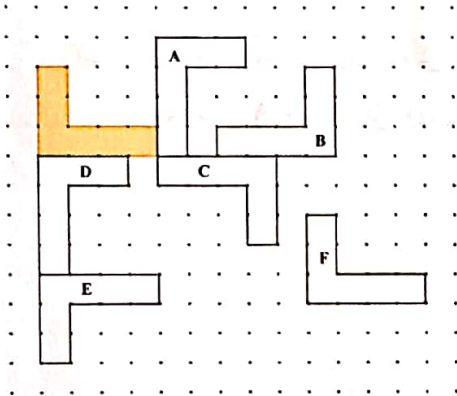
ب) قرینه A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید.

ج) آیا هر سه شکل با هم مساوی‌اند؟ بله

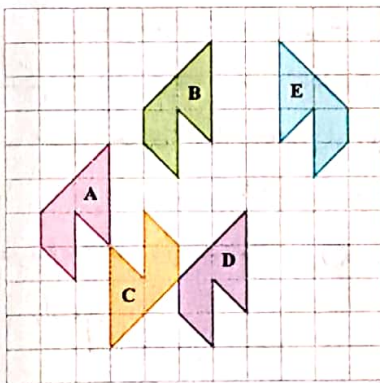




۲- الف) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ۱ در جهت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران به دست آمده است؟ شکل ۳
 ب) کدام شکل از دوران 180° درجه شکل ۴ حول مرکز دوران به دست آمده است؟ شکل ۲

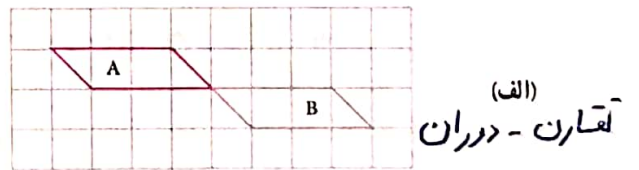
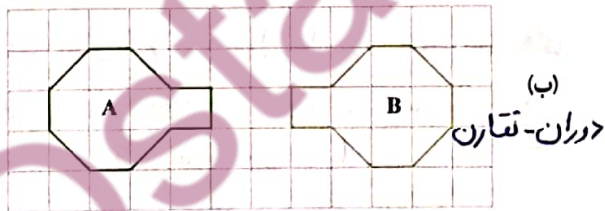


۳- همه شکل‌های مقابل با هم مساوی‌اند.
 الف) کدام شکل‌ها انتقال یافته شکل رنگی هستند؟ F
 ب) کدام شکل‌ها دوران یافته شکل رنگی هستند؟ D - A - C
 ج) کدام شکل‌ها قرینه شکل رنگی نسبت به یک خط هستند؟ E - B



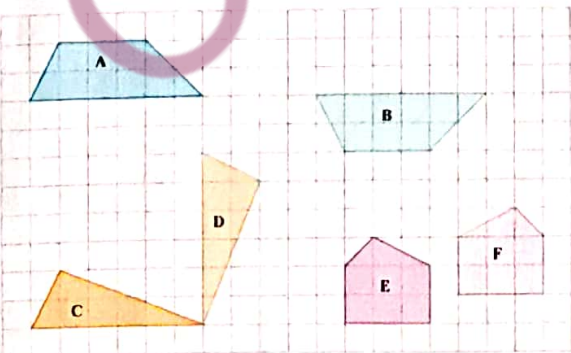
۴- در هر مورد چه تبدیلی انجام شده است؟ انتقال، تقارن محوری یا دوران؟
 الف) A به B تبدیل شده است. انتقال
 ب) A به C تبدیل شده است. دوران
 ج) B به E تبدیل شده است. تقارن محوری
 د) A به D تبدیل شده است. انتقال
 ه) D به C تبدیل شده است. دوران

۵- در هر مورد با دو تبدیل مختلف می‌توان A را بر B منطبق کرد. این دو تبدیل را نام ببرید.

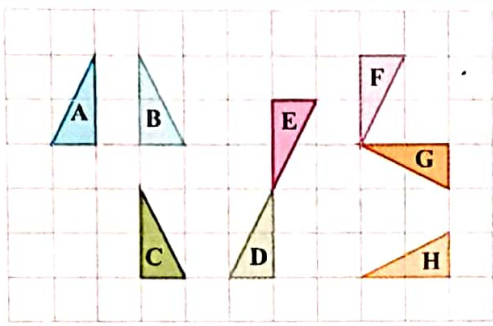


۶- در شکل مقابل کدام دو شکل مساوی، یک شکل و تبدیل یافته آن تنها با یک تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) را نشان می‌دهد؟

D و C با تبدیل دوران



شکل های مساوی (هم نهشت)

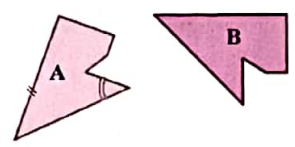


۱- الف) هر شکل با یک تبدیل، به شکل بعدی تبدیل شده است. روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام شده (انتقال، تقارن یا دوران) را بنویسید.

تقارن انتقال تقارن دوران انتقال دوران تقارن
 $A \xrightarrow{\quad} B \xrightarrow{\quad} C \xrightarrow{\quad} D \xrightarrow{\quad} E \xrightarrow{\quad} F \xrightarrow{\quad} G \xrightarrow{\quad} H$

ب) آیا شکل A با شکل H مساوی است؟ چرا؟ بله؛ شش A تحت دوران به H تبدیل شده است.

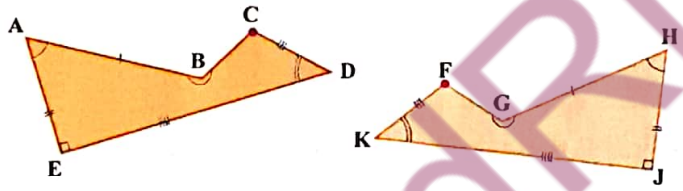
۲- اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل باهم هم نهشت (مساوی) اند.



دو شکل مقابل باهم هم نهشت اند.

یک ضلع و یک زاویه از شکل A مشخص شده است.

ضلع و زاویه مساوی (متناظر) با آنها در شکل B را با علامت گذاری مشخص کنید.



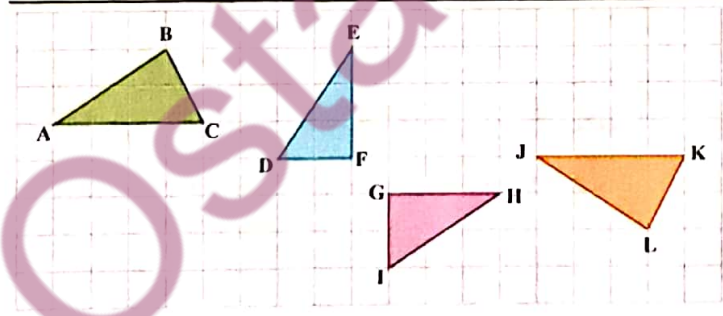
۳- دو شکل مقابل هم نهشت اند. این عبارت را در ریاضی

به صورت $ABCDE \cong HGFKJ$ نمایش می‌دهیم.

در دو شکل هندسی هم نهشت، اجزای متناظر دو به دو با

هم برابرند.

به چگونگی نمایش برابری ضلع‌ها و زاویه‌ها در دو شکل بالا توجه کنید.



۱- مثلث‌های هم نهشت را در شکل بیابید

و به زبان ریاضی بنویسید.

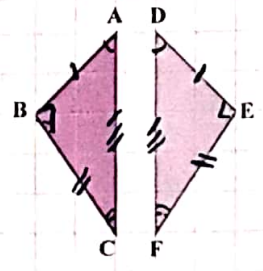
$$\triangle ABC \cong \triangle JKL$$

$$\triangle FDE \cong \triangle GHI$$

۲- در شکل مقابل دو مثلث هم نهشت دیده می‌شود.

ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی دو شکل را با علامت گذاری مشخص کنید. تساوی اجزای

متناظر این دو مثلث را کامل کنید.

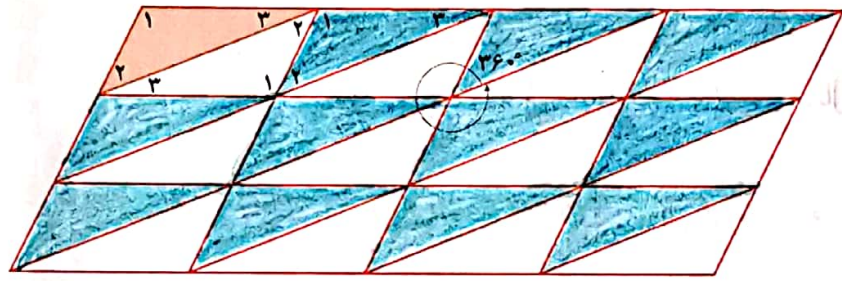


$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{D} \\ \hat{B} &= \hat{E} \\ \hat{C} &= \hat{F} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{DC} \\ \overline{BC} &= \overline{EF} \\ \overline{AC} &= \overline{DF} \end{aligned}$$

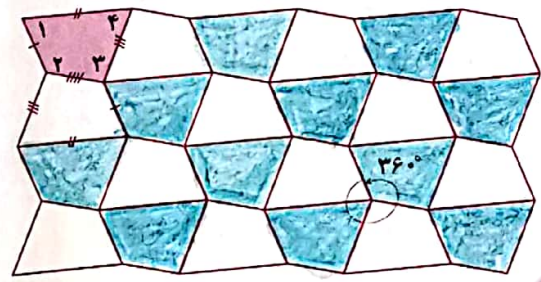
۱- با انجام تبدیلات متوالی روی یک مثلث، قسمتی از صفحه را پوشانده ایم. مثلث‌هایی را که از انتقال مثلث رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید.

هر یک از مثلث‌های سفید را می‌توان با دوران 180° درجه یکی از مثلث‌های رنگی به دست آورد. زاویه‌های مساوی در همه مثلث‌ها را با شماره‌گذاری آنها مشخص کنید. آیا همه این مثلث‌ها با هم مساویند؟



۲- با انجام تبدیلات متوالی روی یک چهارضلعی قسمتی از صفحه را پوشانده ایم.

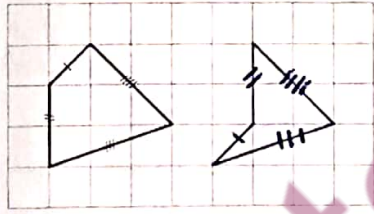
چهارضلعی‌هایی را که از انتقال چهارضلعی رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید. با چه تبدیلی می‌توان چهارضلعی‌های سفید را به دست آورد؟



ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی را با علامت‌گذاری مشخص کنید. آیا همه این چهارضلعی‌ها با هم مساوی‌اند؟ بلم

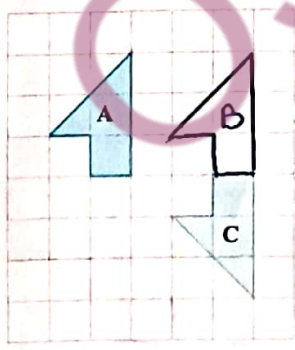
۱- در شکل مقابل ضلع‌های دو چهارضلعی، دو به دو با هم برابرند.

الف) با علامت‌گذاری مناسب تساوی ضلع‌ها را نمایش دهید.
ب) آیا این دو چهارضلعی با هم مساوی‌اند؟ خیر



۲- می‌خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که بتوانیم با دو تبدیل متوالی، شکل A را بر شکل C منطبق کنیم. شکل B را رسم کنید و روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام شده را بنویسید.

تتارن انتقال
A → B → C



$$A \cong M$$

۳- به کمک کاغذ پوستی شکل‌های مساوی را پیدا کنید و تساوی شکل‌ها را به زبان ریاضی بنویسید.

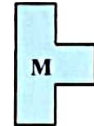
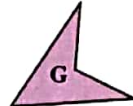
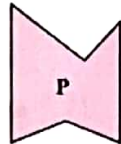
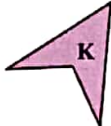
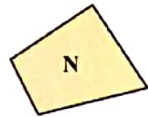
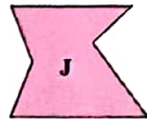
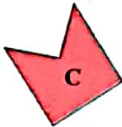
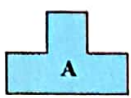
$$B \cong N$$

$$C \cong H \cong L$$

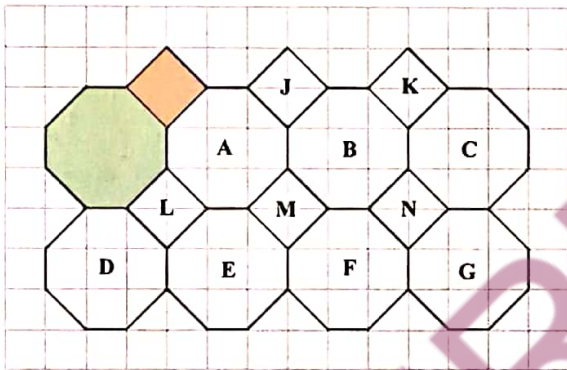
$$D \cong K \cong G$$

$$J \cong P$$

$$E \cong F$$



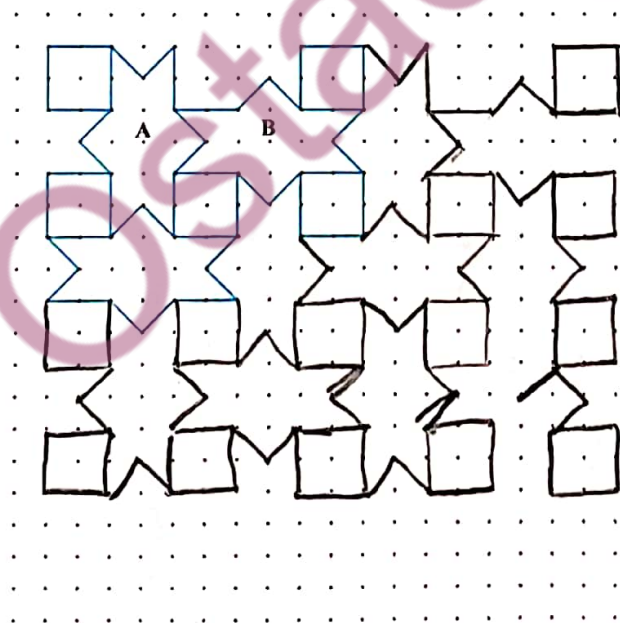
۴- با انجام تبدیلات متوالی روی یک هشت ضلعی و مربع، قسمتی از صفحه را پر کرده‌ایم. به چند طریق می‌توان تنها با یک تبدیل هشت ضلعی رنگی را بر شکل C منطبق کرد؟ تقارن محوری یا انتقال



۵- شکل زیر قسمتی از کاشی کاری یک بنای قدیمی را نشان می‌دهد.

الف) چگونه می‌توان با دو تبدیل متوالی A را بر شکل B منطبق کرد؟ «تقارن و تقارن»

ب) با ادامه الگوی ایجاد شده، صفحه را پر کنید.



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

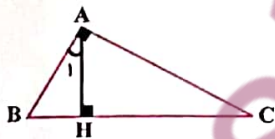
● تبدیل‌های هندسی ● شکل‌های هم‌نهشت ● اجزای متناظر

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نام‌گذاری پاره خط، نیم خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پاره خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- انتقال یک شکل
- پیدا کردن قرینه یک شکل
- پیدا کردن دوران یافته یک شکل
- نوشتن تساوی اجزاء متناظر دو شکل

کاربرد این درس را در فصل هفتم (بردار) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک رایانه‌ای، طراحی و ... نیز کاربرد دارد.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.



۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟

۲- قرینه شکل مقابل را نسبت به پاره خط BC پیدا کنید.

دوران یافته شکل جدید را نسبت به نقطه C با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید.

اجزاء متناظر شکل اول و آخر را با علامت‌گذاری مشخص کنید.

