



فصل ۵

شمارنده‌ها و اعداد اول



- دسته‌بندی کردن، به‌ویژه ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم
- با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک



۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟ والیبال - چون می‌توانیم دو تیم ۶ نفره درست کنیم
در کدام رشته تعداد ثبت نام شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟ در همه رشته‌ها بجز والیبال مناسب

| رشته ورزشی | فوتسال | والیبال | بسکتبال | پینگ پنگ | بدمیتون |
|----------------------|--------|---------|---------|----------|---------|
| تعداد ثبت نام شده‌ها | ۲۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۹ | ۷ |
| تعداد نفرات هر تیم | ۵ | ۶ | ۵ | ۲ | ۲ |

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

معنی سه دسته ۲ تایی $6 = 3 \times 2$

یعنی دو دسته ۳ تایی $6 = 2 \times 3$

معنی ۶ دسته ۱ تایی $6 = 6 \times 1$

یعنی یک دسته ۶ تایی $6 = 1 \times 6$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).

$10 \div 2 = 5$

یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد.

معنی ۱۰ را می‌توان یکی یکی شمرد. $10 \div 1 = 10$

معنی ۱۰ را می‌توان ۱۰ تا ۱۰ تا شمرد $10 \div 10 = 1$ معنی ۱۰ را می‌توان ۵ تا ۵ تا شمرد $10 \div 5 = 2$

۴- مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته‌های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب

شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



۱۲ - ۲ و ۴ و ۳ و ۶ و ۱ و ۱۲: شمارنده‌های ۱۲

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

۱۴ و ۷ و ۲ و ۱: شمارنده‌های ۱۴

۱۵ و ۵ و ۳ و ۱: شمارنده‌های ۱۵

۹ و ۳ و ۱: شمارنده‌های ۹

۸ و ۴ و ۲ و ۱: شمارنده‌های ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ است. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم است؟ چرا؟ بله ۱ هم تقسیم‌پذیر است. آیا یک عدد را که عدد مورد نظر بر آن بخش پذیر است. شمارنده آن است. شمارنده ۱۰ است. شمارنده ۱۰ هم است؟ چرا؟ بله

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم است؟ چرا؟ بله چون b بر a بخش پذیر است، و c بر b بخش پذیر است. پس c بر a

۵۶ بخش پذیر است.

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

| عدد | شمارنده‌های عدد | | | |
|-----|-----------------|----|---|----|
| ۹ | ۱ | ۳ | ۹ | |
| ۱۵ | ۱ | ۳ | ۵ | ۱۵ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۴ | |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۷ | ۱۴ |
| ۵ | ۱ | ۵ | | |
| ۱۳ | ۱ | ۱۳ | | |

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود عدد است.

همه شمارنده‌های یک عدد کوچکتر از آن عدد هستند.

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند.

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

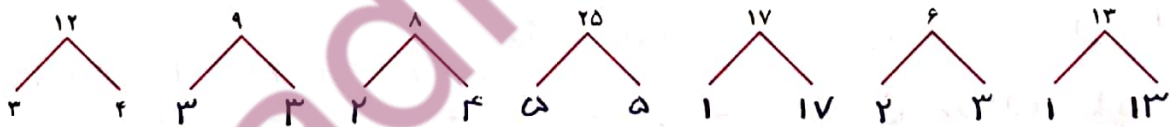
۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد

است، عدد **اول** می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳ - ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ بله

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای طبیعی

کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

| | | | | | | | | | |
|--------------------|---------------------|------|--------------------|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| ۱ | (۲) | (۳) | 2×2 ۴ | (۵) | 2×3 ۶ | (۷) | 2×2 ۸ | 3×3 ۹ | 2×5 ۱۰ |
| (۱۱) | 2×2 ۱۲ | (۱۳) | 2×7 ۱۴ | 2×5 ۱۵ | 4×4 ۱۶ | (۱۷) | 2×7 ۱۸ | (۱۹) | 4×5 ۲۰ |
| 3×7 ۲۱ | 2×11 ۲۲ | (۲۳) | 3×8 ۲۴ | 5×5 ۲۵ | 2×13 ۲۶ | 3×9 ۲۷ | 4×7 ۲۸ | (۲۹) | 5×7 ۳۰ |

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ است؟ چرا؟ خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود.
 ۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ بله
 ۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. ۱۵ - ۲۰ - ۳۰ - ۵۵

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد.
 ۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید.

۲۰ = ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۱۰ و ۲۰
 ۱۸ = ۱ و ۲ و ۳ و ۶ و ۹ و ۱۸
 ۲۴ = ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۸ و ۱۲ و ۲۴
 ۵۰ = ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۵۰
 ۴۰ = ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۸ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰
 ۳۰ = ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

- * عدد ۲۹ اول است. ✓
- * هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. ✗ عدد یک فقط یک شمارنده دارد.
- * تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. ✗ عدد ۲ زوج است ولی اول است
- * اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. ✓ چون بیس از خود شمارنده دارد.
- ۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.



دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟ بله زیرا ۱۸ را می توان ۳ تا ۳ یا ۶ تا ۳ یا ۹ تا ۲ شمارش کرد.
 آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ خیر، مثال عدد ۱ که شمارنده های ۳ عدد است.
 ۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ خیر، چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگتر از یک نوشت.
 ۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- * مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی زوج است.
- * مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.
- * مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید) به سوال زیر پاسخ دهید.

* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟
 اول اول اول
 $2 + 3 = 5 \checkmark$

$3 + 5 = 8 \times$
 اول اول اول
 اول نیست

شمارنده اول

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

۱۲ : شمارنده‌های ۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۳۵ : شمارنده‌های ۳۵ : ۱، ۵، ۷، ۳۵

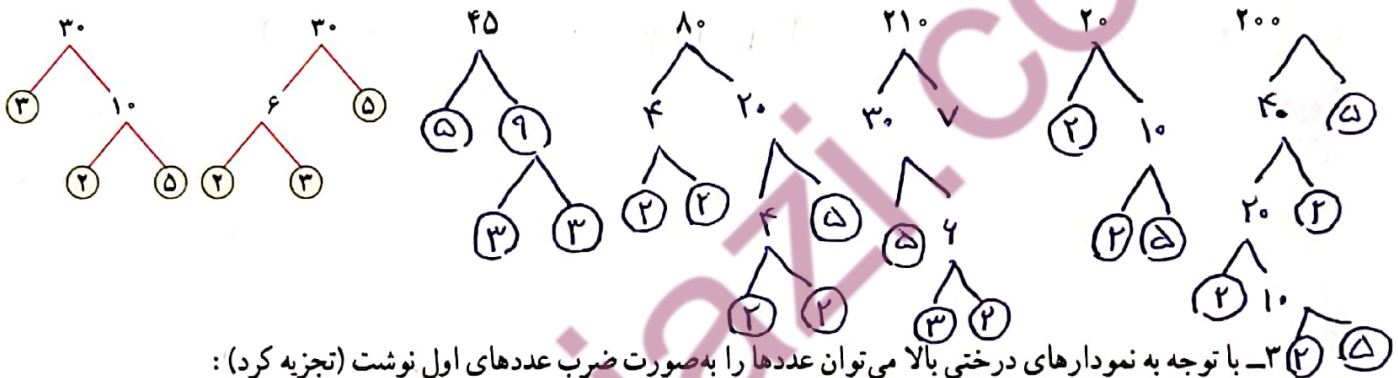
۱۴ : شمارنده‌های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

۹ : شمارنده‌های ۹ : ۱، ۳، ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول اند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی‌اند؟ ۷ و ۵
شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت (تجزیه کرد):

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 5 \times 3 \times 3$$

$$80 = 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$210 = 7 \times 5 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$200 = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 2$$

شمارنده‌های اول، عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست آورد.

مانند: $12 = 3 \times 2 \times 2$.

به نظر شما عدد ۷ چند شمارنده اول دارد؟ چرا؟ یلی... عدد ۷ خودش عدد اول است و بجز یک و خودش شمارنده دیگری ندارد.

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

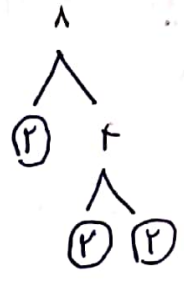
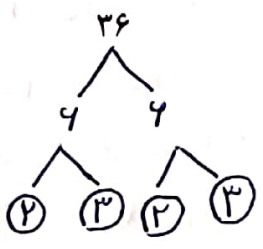
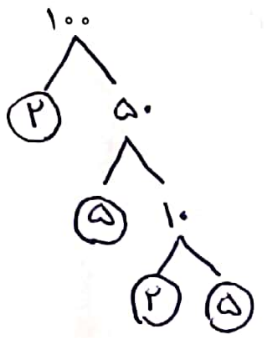
$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 216$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

۱- شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۲- با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیه آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

۱: هیچ شمارنده اولی استفاده نشود

یک شمارنده اول استفاده شود: $1 \times 2 = 2$ و $1 \times 3 = 3 \rightarrow 1 \times 2 = 2$ و $1 \times 5 = 5$

دو شمارنده اول استفاده شود: $1 \times 2 \times 2 = 4$ و $1 \times 2 \times 3 = 6 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 = 4$ $1 \times 2 \times 5 = 10$

سه شمارنده اول استفاده شود: $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12 \rightarrow 1 \times 2 \times 2 \times 5 = 20$

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
شمارنده‌های ۱۰۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰, ۲۵, ۵۰, ۱۰۰

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل‌های اول) عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{22} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 11} = \frac{81}{22}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌تواند داشته باشند، بنویسید.

| عرض | طول | مساحت |
|-----|-----|-------|
| ۱ | ۱۸ | ۱۸ |
| ۲ | ۹ | ۱۸ |
| ۳ | ۶ | ۱۸ |

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟
مساحت = عرض \times طول
۶۰ طول و عرض‌ها، شمارنده‌های عدد ۱۸ می‌باشند که ۱۸ مساحت مستطیل می‌باشند.

چرا؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

$$\frac{15}{25} - \frac{4}{10} - \frac{21}{35}$$

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟

$$44 - 44 - 39 - 32$$

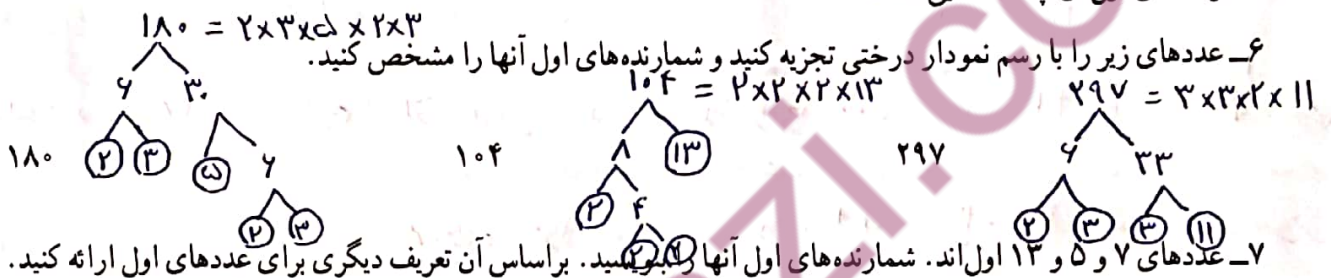
۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟ $2, 3, 5$

شمارنده‌ای که اول نباشد. $4 - 15 - 10 - 6$

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی اند؟ $2 - 3 - 5$



۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

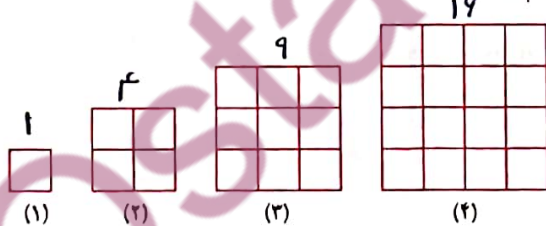
(الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. \times عدد یک شمارنده اول ندارد.

(ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است. \checkmark

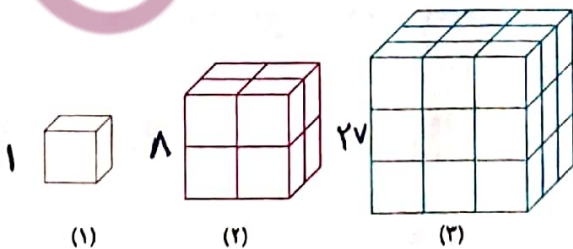
(ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. \times

(د) تعداد عددهای اول بی‌پایان اند. \checkmark

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



(جمله n ام) ال مربع‌ها $= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$



(جمله n ام) ال مکعب‌ها $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$



مسأله قرار داشته باشند

۱- قرار است دانش آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می توان استفاده کرد؟ چرا؟
 ۳۰، ۱۵ و ۱۰، ۵، ۳ و ۲، ۱ = شمارنده های ۳۰
 تمام این اعداد شمارنده های ۳۰ هستند یعنی ۳۰ بر آن ها بخش پذیر است
 بر این مانده مساوی صفر است، در تمام این حالت ها چادرهای مساوی تعداد

کلاس اول ب، ۳۶ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان بر پا کرد؟ چرا؟ تمام این اعداد شمارنده ۳۶ هستند یعنی ۳۶ بر آن ها بخش پذیر است. بر این مانده برابر صفر است.

۳۶ = ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸ و ۳۶
 شمارنده های

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟
 چون عدد ۳۰ و ۳۶ هر دو بر این اعداد بخش پذیرند و باقی مانده برابر صفر است. چادرهایی با تعداد مساوی افراد داریم
 اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره - چون بزرگترین عددی که اعداد ۳۰ و ۳۶ به طور مشترک بر آن بخش پذیرند برابر ۶ است.

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می خواهیم بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم. امید از روش زیر استفاده کرد:

۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ = تمام شمارنده های ۱۸
 ۱، ۲، ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ = شمارنده های مشترک دو عدد

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ = تمام شمارنده های ۲۴
 ۶ = بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده های یک عدد را مقسوم علیه های آن نیز می گویند؛ بنابراین بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک است که به اختصار آن را $M.C.M$ می نویسند. $M.C.M$ دو عدد a و b را به صورت $(a$ و $b)$ نشان می دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟ از ضرب عامل های مشترک

۱۸ و ۲۴ استعاره کرده

۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

$(۱۴، ۱۲) = ۲$

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

۲۰ و ۳۰ : ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

$(۲۰، ۳۰) = ۱۰$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$(۴۸، ۳۶) = ۲ \times ۲ \times ۳$
 $۴۸ : ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$

$۳۶ : ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$

$(۴۲، ۳۰) = ۲ \times ۳$

$۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷$

$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$



۱- می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های

مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

۱۶ : ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشند (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟

چرا؟ ۴ و زیر عدد ۴ بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۶ می‌باشد پس کاشی با ضلع ۴ کمترین مقدار مصرف کاشی را دارد.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشند (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب

است؟ چرا؟ ۱ چون ۱ کوچکترین شمارنده مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۶ می‌باشد.

۲- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین

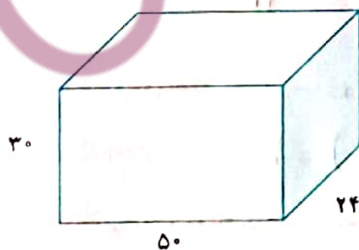
کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند؟ با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود

چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟ ۲۵ عدد ۵۰ رami شمارد

۱۲ عدد ۲۴ رami شمارد

۵ عدد ۳۰ رami شمارد



جعبه دستمال کاغذی $۲۴ \times ۲۴ \times ۵$ جا می‌گیرد



عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$28 = 2 \times 2 \times 7$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$(28, 12) = 2 \times 2 = 4$ $(28, 36) = 2 \times 2 = 4$ $(12, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ $(12, 36, 28) = 2 \times 2 = 4$

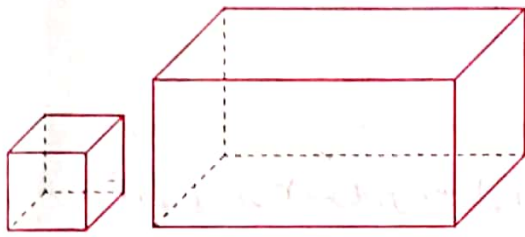
۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین



پیمانه کدام است؟ $(12, 18) = 2 \times 3 = 6$ ب.م.م. $12 : 2 \times 2 \times 3$
 $18 : 2 \times 3 \times 3$

شماره های ۶ یعنی ۲ و ۳ و ۶ و ۱۲ پیمانه های مناسب برای این کار هستند

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های



مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت

$12 : 2 \times 2 \times 3$
 $28 : 2 \times 2 \times 7$
 $36 : 2 \times 2 \times 3 \times 3$
 چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟ $2 \times 2 = 4$ $\frac{28 \times 36 \times 12}{4 \times 2 \times 2} = 189$

بزرگترین ضلع مکعب

تعداد مکعب ها

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$(a \text{ و } b) = 1$

اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

اگر عددی بر عدد دیگری بخش پذیر باشد، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است. شماره شماره مشترک

کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شماره مشترک) هر دو عدد ۱ است. چون عددی شماره رنده همه اعداد است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$\frac{96}{144} = \frac{2^5 \times 3}{2^4 \times 3^2} = \frac{2}{3}$

$\frac{25}{245} = \frac{5^2}{5 \times 7^2} = \frac{5}{7}$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$(91, 117) = 13$

$(216, 108) = 108$

$(121, 55) = 11$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

* $(n \text{ و } n) = n$ $(3, 3) = 3$ و $(8, 8) = 8$

* ب.م.م دو عدد a و b شماره رنده دو عدد a و b است. ۶ شماره رنده ۱۲ و هم شماره رنده ۱۸ می باشد $(12, 18) = 6$

* اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می شود یا خود a.

$(3, 4) = 1$

$a = 3$

کوچک ترین مضرب مشترک

۱- مضرب های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می آید. مضرب های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و 3×5 و 3×4 و 3×3 و 3×2 و 3×1 و 3×0 و $3 \times (-1)$ و $3 \times (-2)$ و $3 \times (-3)$ و $3 \times (-4)$ و $3 \times (-5)$ و ...

... و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و -۳ و -۶ و -۹ و -۱۲ و -۱۵ و ...

۲- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می آید.

مضرب های طبیعی را به اختصار **مضرب می گویم**. مضرب های عددهای زیر را بنویسید.

... و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲: مضرب های ۲

... و ۵۶ و ۴۹ و ۴۲ و ۳۵ و ۲۸ و ۲۱ و ۱۴ و ۷: مضرب های ۷

... و ۴۵ و ۴۰ و ۳۵ و ۳۰ و ۲۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵: مضرب های ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ معنی ادامه دارد.

۱- به سوال های زیر پاسخ دهید:

اولین مضرب ۷: ۷ سومین مضرب ۶: ۱۸ دهمین مضرب ۹: ۹۰

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ **دهمین مضرب** ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **چهارمین مضرب**

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ **۱۸** اولین مضرب ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ **بیست و چهارمین مضرب** ۴ است.

۲- آیا تعداد شمارنده های یک عدد محدود است؟ **بله**

تعداد مضرب های یک عدد چطور؟ **خیر**

در یک بازی رایانه ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟ **۱۲** (در دومین مضرب ۷ و سومین مضرب ۴ این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند)

A
B



A مضارب: ۴، ۱۲ و ۱۸، ۲۴، ۳۰، ۳۶، ۴۲، ۴۸، ۵۴، ۶۰، ۶۶، ۷۲، ۷۸، ۸۴، ۹۰، ۹۶، ۱۰۲، ۱۰۸، ۱۱۴، ۱۲۰، ۱۲۶، ۱۳۲، ۱۳۸، ۱۴۴، ۱۵۰، ۱۵۶، ۱۶۲، ۱۶۸، ۱۷۴، ۱۸۰، ۱۸۶، ۱۹۲، ۱۹۸، ۲۰۴، ۲۱۰، ۲۱۶، ۲۲۲، ۲۲۸، ۲۳۴، ۲۴۰

B مضارب: ۴، ۸ و ۱۲، ۱۶ و ۲۰، ۲۴ و ۲۸، ۳۲ و ۳۶، ۴۰ و ۴۸، ۵۲ و ۶۰، ۶۴ و ۷۲، ۸۰ و ۸۸، ۹۶ و ۱۰۴، ۱۱۲ و ۱۲۰، ۱۲۸ و ۱۳۶، ۱۴۴ و ۱۵۲، ۱۶۰ و ۱۶۸، ۱۷۶ و ۱۸۴، ۱۹۲ و ۲۰۰، ۲۰۸ و ۲۱۶، ۲۲۴ و ۲۳۲، ۲۴۰ و ۲۴۸، ۲۵۶ و ۲۶۴، ۲۷۲ و ۲۸۰، ۲۸۸ و ۲۹۶، ۳۰۴ و ۳۱۲، ۳۲۰ و ۳۲۸، ۳۳۶ و ۳۴۴، ۳۵۲ و ۳۶۰، ۳۶۸ و ۳۷۶، ۳۸۴ و ۳۹۲، ۴۰۰ و ۴۰۸، ۴۱۶ و ۴۲۴، ۴۳۲ و ۴۴۰، ۴۴۸ و ۴۵۶، ۴۶۴ و ۴۷۲، ۴۸۰ و ۴۸۸، ۴۹۶ و ۵۰۴، ۵۱۲ و ۵۲۰، ۵۲۸ و ۵۳۶، ۵۴۴ و ۵۵۲، ۵۶۰ و ۵۶۸، ۵۷۶ و ۵۸۴، ۵۹۲ و ۶۰۰

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد a و b را به‌طور اختصار $م.م.ک$ می‌گویند و به صورت $[a \text{ و } b]$ نمایش می‌دهند.

$$[4 \text{ و } 6] = 12$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

۱۸ مضارب: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

۱۲ مضارب: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ... $[12 \text{ و } 18] = 36$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 3}{\text{مشترک}} = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل مضرب مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A \text{ و } B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

۱- تساوی $4 \times 6 = 24$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. ششمین مضرب عدد ۴ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب ۶ عدد ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شماره‌های ۲۴ هستند. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است، یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که

به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{5 \times 3}{18} + \frac{4 \times 2}{18} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18} \quad [6 \text{ و } 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{7 \times 4}{60} + \frac{9 \times 3}{60} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60} \quad [15 \text{ و } 20] = 60$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36} \quad [12 \text{ و } 18] = 36$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافری حرکت می کند. اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور

همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟
 ضرب های : ۲۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰، ۱۰۰
 $[۲۰، ۳۰] = ۶۰$
 ضرب های : ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰، ۱۵۰

۲- یک پیست دو میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟



ضرب های : ۳۵، ۷۰، ۱۰۵، ۱۴۰، ۱۷۵
 $[۳۵، ۲۱] = ۱۰۵$
 ضرب های : ۲۱، ۴۲، ۶۳، ۸۴، ۱۰۵

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، زیرا ۲۱۰ بر ۷ و ۳۰ بخش پذیر است.

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، چون ۴۲۰ بر ۷ و ۳۰ بخش پذیر است و باقی مانده تقسیم برابر مضرب است. دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ بی سنج

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

$۲۴ \div ۴ = ۶ \quad [۲۴، ۴] = ۲۴$

* اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است. ✓

$(۲، ۳) = ۱ \rightarrow [۲، ۳] = ۶$

* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. ✓

$[۵، ۷] = ۳۵$

* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست. ✓

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

* $n = [۱، n] \quad [۱، ۴] = ۴ \quad [۱، ۱۰] = ۱۰$

* $n = [n، n] \quad [۵، ۵] = ۵ \quad [۸، ۸] = ۸$

* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. ۲ شمارنده ۱۲ است.

$(۴، ۶) = ۲ \quad [۴، ۶] = ۱۲$

$(۳، ۵) = ۱ \quad [۳، ۵] = ۱۵$

* حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

$۱ \times ۱۵ = ۱۵ \quad ۳ \times ۵ = ۱۵$
 ۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$(۲۰، ۳۰) = ۱۰ \quad (۵، ۷) = ۱ \quad (۱۵، ۳) = ۳ \quad [۱۲، ۴] = ۱۲$

$[۳۰، ۵۰] = ۱۵۰ \quad (۳۸، ۱۹) = ۱۹ \quad [۱۵، ۳۰] = ۳۰ \quad (۴، ۹) = ۱$

$[۴، ۹] = ۳۶ \quad [۳، ۲ و ۷] = ۴۲ \quad (۳ و ۲ و ۷) = ۱ \quad [۴ و ۶] = ۱۲$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

• عدداول • شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد • شمارنده اول • مضرب • ب.م.م • ک.م.م
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• پیدا کردن عددهای اول

• نوشتن شمارنده‌های یک عدد

• ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول

• پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

• پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد

• تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

• نوشتن مضرب‌های یک عدد

• پیدا کردن ب.م.م دو عدد

• رابطه بین مضرب و شمارنده

• پیدا کردن ک.م.م دو عدد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد ترمینساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $2 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. ۱۲ مضرب ۳ و ۴ می‌باشد و ۳ و ۴ شمارنده‌های ۱۲ هستند

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$[72 \text{ و } 40] = 18 \quad (72 \text{ و } 40) = 18 \quad 60 = 2 \times 5 \times 3 \times 3 \quad 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

۳- عددهای اول بین ۵۰ تا ۸۰ را بنویسید.

$$53 - 59 - 61 - 67 - 71 - 73 - 79$$

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

$$[4, 36] = 36 \quad | \quad (18, 12) = 6, \quad [18, 12] = 36 \quad 68$$